

9) 6/1/13

עצמות פירמאיד

1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

$$a_{i+1} = a_i + a_{i-1}$$

$$a_i = 2 + \sum_{k=0}^{i-2} a_k$$

סדרת פירמאיד:

אמריקאים

אם אמריקאים

הקורסים

נמסר נבחר על הנוסחה:

למסר $i=2$ ברור

נניח נבחרת למסר j (וכל n שלביו):

$$a_{j+1} = a_j + a_{j-1} = a_{j-1} + 2 + \sum_{k=0}^{j-2} a_k = 2 + \sum_{k=0}^{j-1} a_k$$

כמו כן, אם נשתמש באת הקורסים נקרא

$$a_i = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^i - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^i$$

$$a_i \rightarrow \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^i = \phi^i$$

למסר i קטן

$\phi = 1.618$ יחס הזהב

נכנס עצמה שלמה ϕ הסמליות:

יכולת $O(1)$ - ק

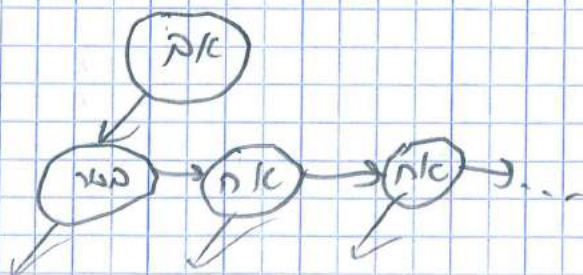
יכולת $O(\log n)$ - ק

יכולת $O(1)$ בין $O(\log n)$ - ר

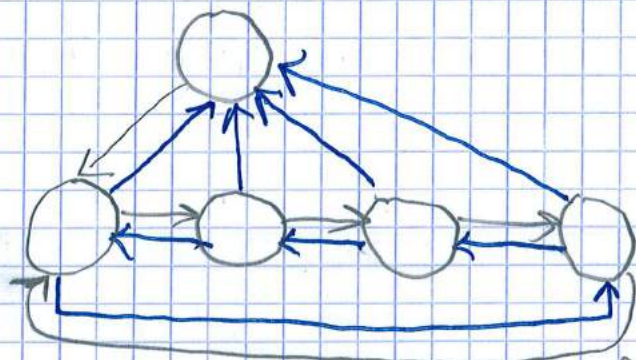
- Make-Heap
- Unify-Heap (איתוס)
- Find-Min
- Insert
- Is-Empty
- Delete-Min
- Delete
- Update

הערה: כלומר, הערה או ניתן למחוק ולבנות

הערה: הערה או ניתן למחוק ולבנות



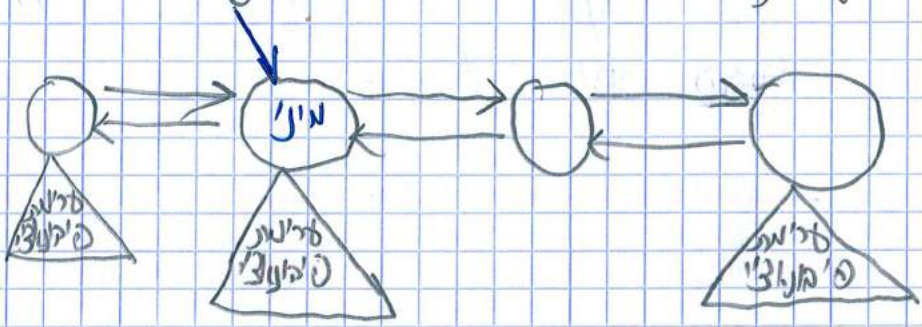
נמצא שישנו שדה זכר, אלא, ש לא
 זכר, אשר אחת סמלים, ובנוי גם מצב אחרון



צב בנות, אלא הקדמה (הוא עצמו) קטן מה
 מניין, את מנה הנתונים אחרות פירוט.

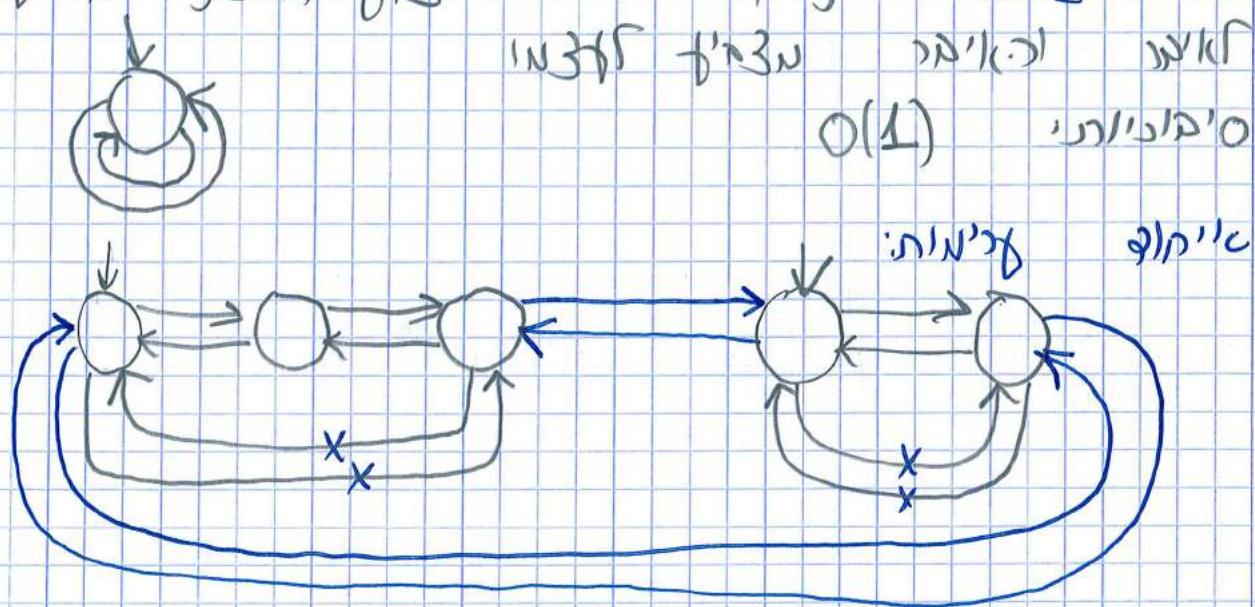
נטף, ע - ש קיבוק, יכל להיות מסומן
 (צב) בינארי, ס או 1.

צימית, פירוט, העשר, כלומר, צימית פירוט.



ויהיה לנו, גם מצב אחר, כשנראה שיש מניין
 (מהנייה) של הקדמה ישנו הוא מין.

יציאת צימית, מנינים, איבה, המצב, החיבור, מצב
 אחר, וכלומר, מצב אחר
 סיביות, 0(1)



מחברים, צימית, ומחברים, מניין - 0(1).

Find-Min: נגשים (אבות) החיצוני, $O(1)$.

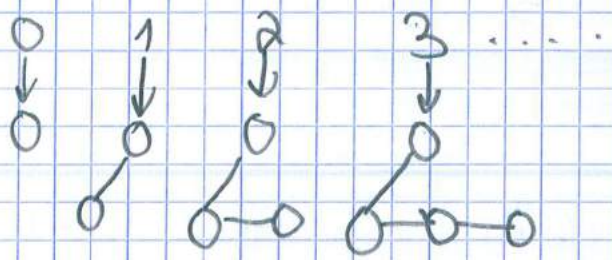
Is-Empty: בדקת הפונקצי החיצוני, $O(1)$.

Insert: צור ענף חדש וחסה מאחורי ענף אחד.

מבטאות הקודמות, $O(1)$.

Delete-Min: לבדוק האם זה נמצא במקום נכון.

מבטאים, שם אחד מציב את הענף הישן. יש אף יחסים.

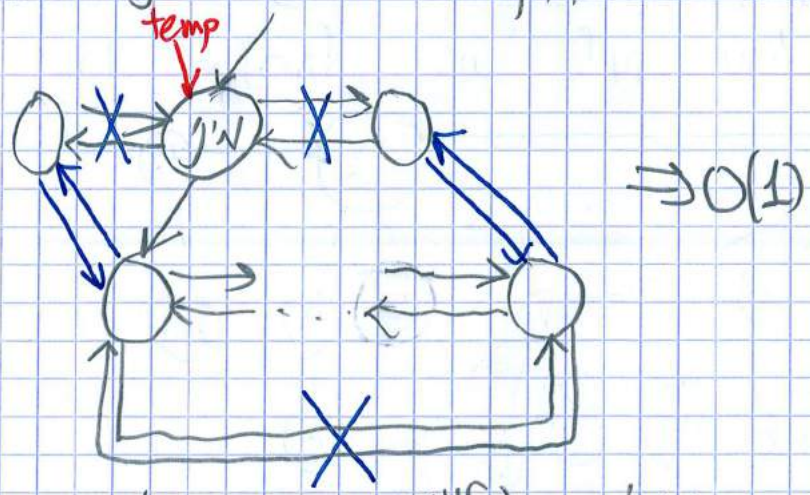


אחרי הכוונה, זה נראה יותר מקבילי אחרת הם יחסים.

על מנת להבין את זה לא נמצא יותר מ- $O(n)$ פעם איברים.

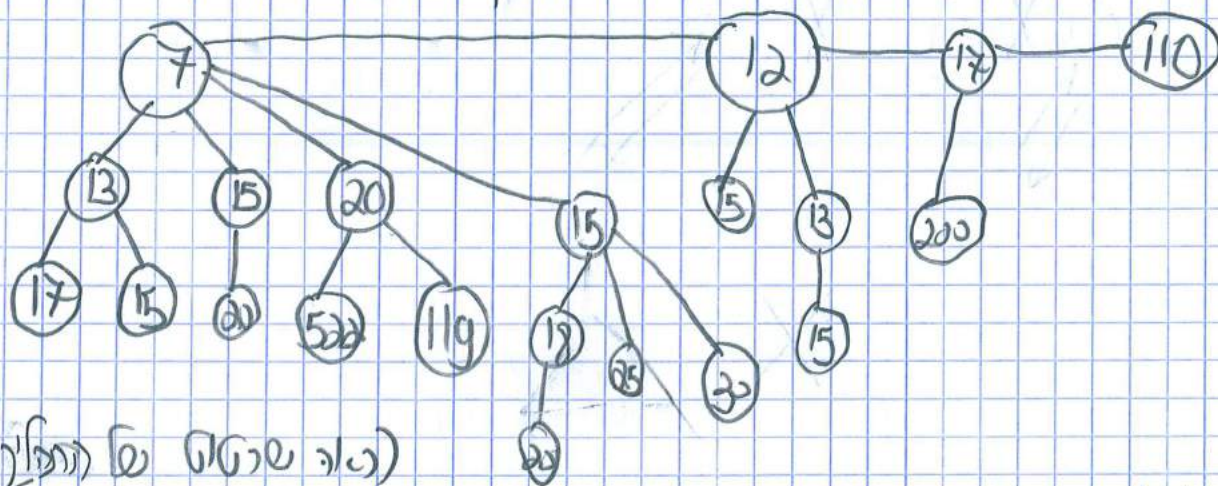
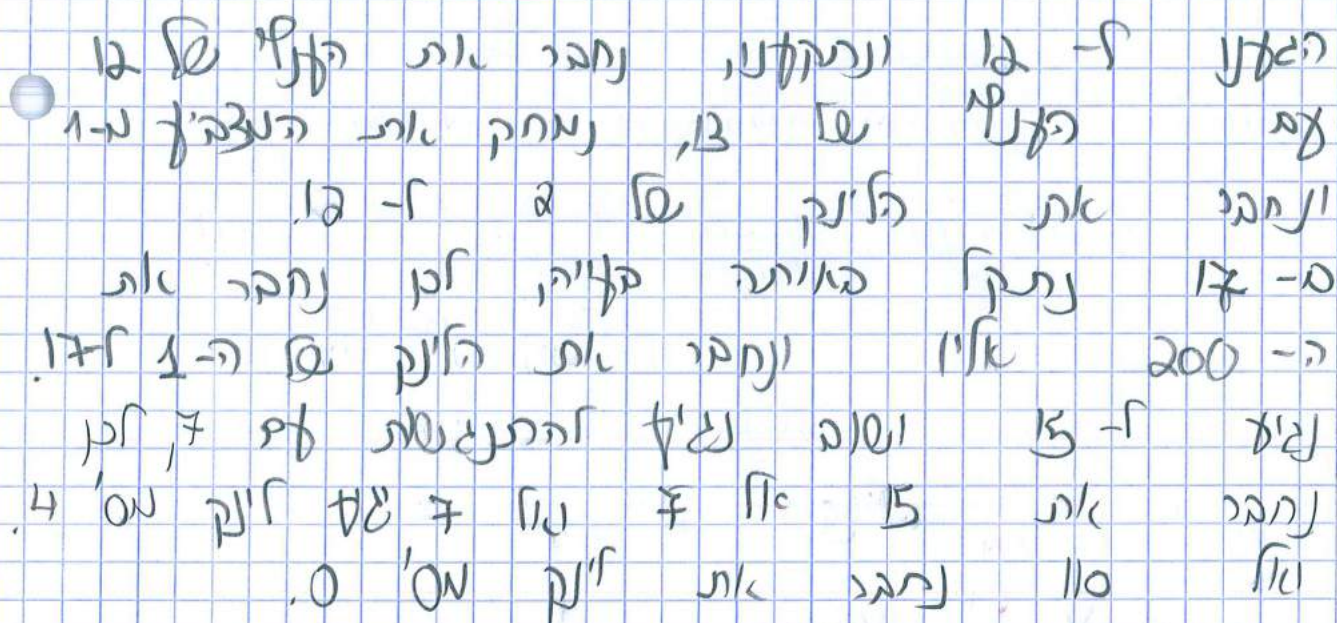
הוא עוזר להבין את התיקון.

אם הוצא את כל מה שיש, אז יש יחסים. $O(1)$ הוא החדש. יש קבועים.



למה? איבר מ' (אולי, נשמר את temp); $O(1)$.
3 תוקן, ענף, קצת (חגלס).
2 עמודי על השורה הראשונה (מציב מ' (חגלס)).

תיקון ענף - קצת מציב שם ענף הראשון. אם הוא נמצא.



(הוא שרשם של תחילת א"ב)

! Update 1 & Delete

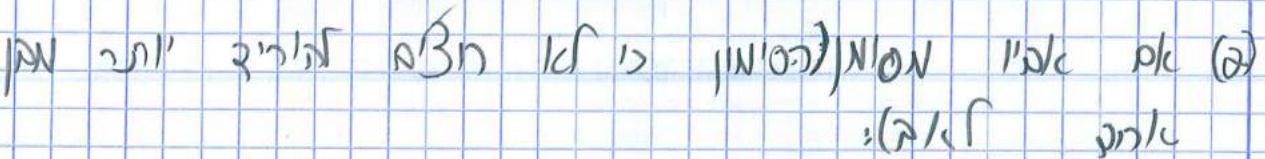
අනෙකුත් ලි 278 නිගම - increase / Decrease ප්‍රතිචාර

: 1536

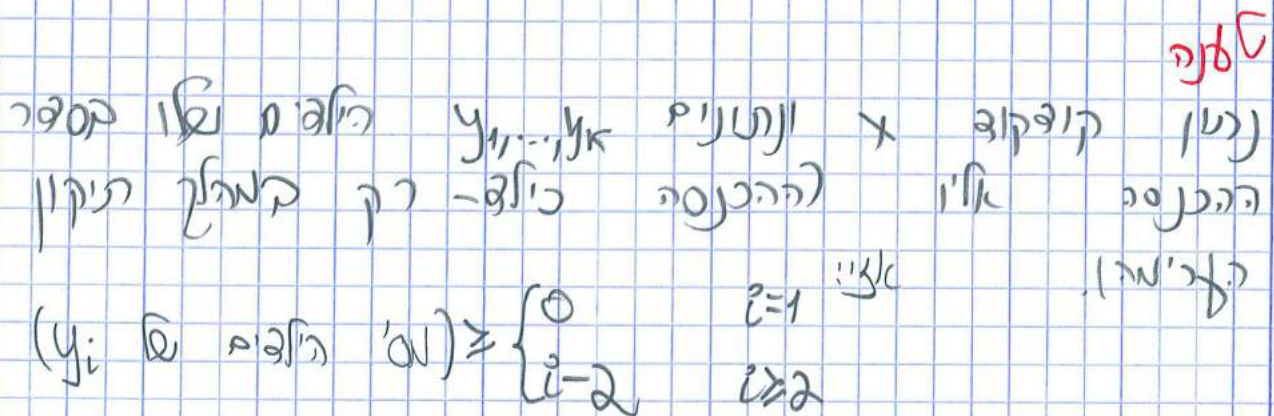
לא אס' ש'ינ'י' תחזק' 51 משפלה ח' חבני' תדרי'תק' אל' ס'י'תנ'ו.

15 ml (1)

מבחינת הכותל



שמי, פזי יבוא:
(גבול - אזורי התחלה)



אם	הסת' y_i	כשם ה- i , x_i	כ- x כמ' הו
אבות	$i-1$	א'ס.	

(נשקל) אחר: y הוא או x או x איננו x (אם x הוא x)
 אחר: x איננו x (אם x הוא x)
 אחר: x איננו x (אם x הוא x)

משפט

הערה: x איננו x (אם x הוא x)
 אחר: x איננו x (אם x הוא x)
 אחר: x איננו x (אם x הוא x)

הוכחה

משפט

$$L(x) = \sum_{i=1}^k L(y_i) + 1 \geq \sum_{i=2}^k L(y_i) + 1 + 1 \geq \sum_{i=2}^k L(i-2) + 2 = 2 + \sum_{i=0}^{k-2} L(i) = 2 + L(k-1)$$

$L(k) = 2 + L(k-1)$ (אם k הוא k)

אם k הוא k (אם k הוא k)
 אחר: k איננו k (אם k הוא k)

רבי קשיות תצקם (צוואות) (9)

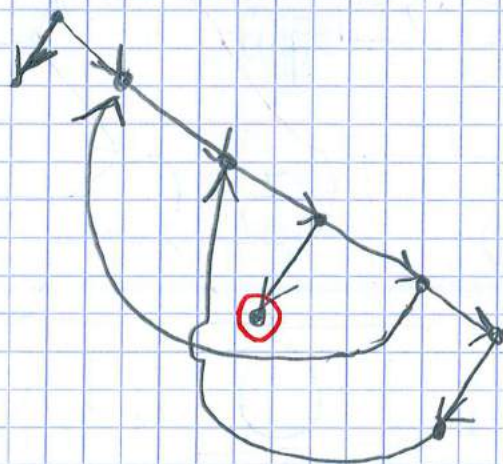
בגלל שני יוני ביוני, קשיות הן יחס שקיות, וכן
העולם רבי קשיות מאגר היסוד, יוני, אמצעים
ע"י. BFS/DFS.

בגלל לא כיווני, נכדי קשיות תצקה: בא יוני
קשיות תצק אא קשיי א-ב א-ב קשיות
רעם קשיות תצק הנו מלא
אא בא קשיות תצק אא א קופקו איוק
מלא בניות קשיי איוק תצק.

אלגוריתם טרנן (Tarjan) מוצא רבי קשיות תצקה

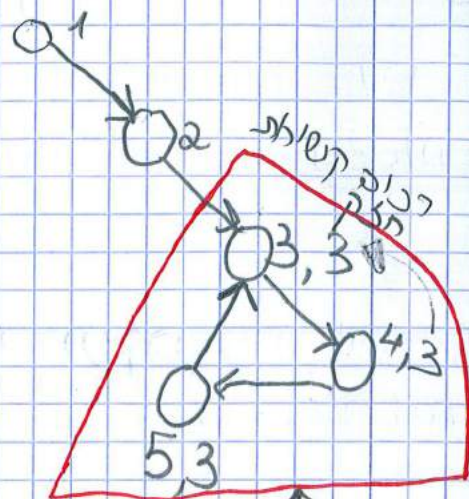
מכנה הנתונים-גלל ה נתצק אא קופקו שני לשתנים:
1. f - מ' מלאי ה- DFS.
2. f - ה- ה נתצק שקי קופ אא אחז מלאיו
מלא ה- DFS.

א נתצק הנתני מחור
רבי קשיות תצק
אמלא הקופקו האדם



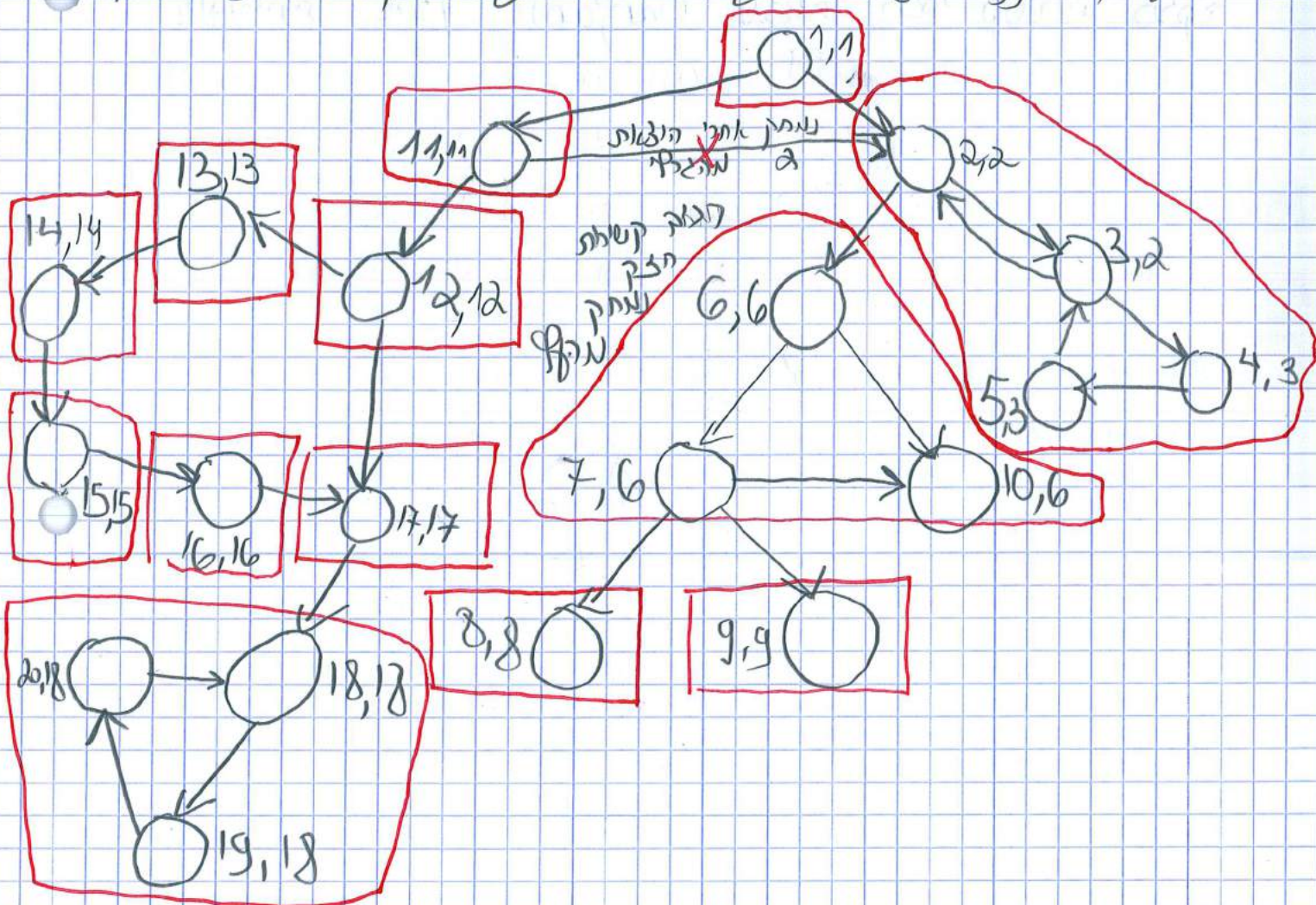
מכנה שנתצא יביה קשיות תצק שגיא מלא אפלק
נוציו אופי מהלל חמש, רביה המסומן (מאדם)
אדם נוחות מצטות האחרים.

פואנטה



הקטגוריה
הקטגוריה
הקטגוריה
הקטגוריה
הקטגוריה

כאשר, נניח שטאונס גלף הייתה גם קטגוריה 3-2.



כאשר אומנם מקבילי אפי' מתחילים מקיפוקם ממנו או אפילו
אומנם מקיפוקם ההתחלה של הקיפוק, כצוי קיפוקם
שמצבים אלה אף אחד לא מצבם אף

האלגוריתם:

מחזיקים את קודקוד ביל שבו נמצאים עכשיו.

f - מט' הנוכחי - DFS

s - ערך f מני שיקודקוד עצמי או קודקוד קודקוד קודקוד
העניי שבו ה-DFS מצביע אליו (באל הקודקוד עצמי)

e - סימן האם הקודקוד קיים או לא

(אנחנו בודקים קודקודים $e=1$; f, s)

⊗ מנסים DFS, את קודקוד שמצביע אליו מנסים
לעבור f

⊗ מצב העצמי, מנסים

$s_i = \min(f_i, \text{DFS שיוצאים ממנו ה-DFS})$

⊗ בואי מנסים לקודקוד שאין לו קשרות נוספות לקודקודים

אחרים עבורם $f = \infty$, $e = 1$ וגם למקיים $f_i = s_i$, אז

הקודקוד וכל הקשרים שיוצאים ממנו ה-DFS הם חבים

קשורות חזק, ומסמנים את כל $e \rightarrow 1$ שהם באים

כללי

מנסים קודקוד מלאכה שמצביע אל הקודקודים בעלי יל
אולי קודקוד לא מצב אליו, ומתחילים ה-DFS ממנו.

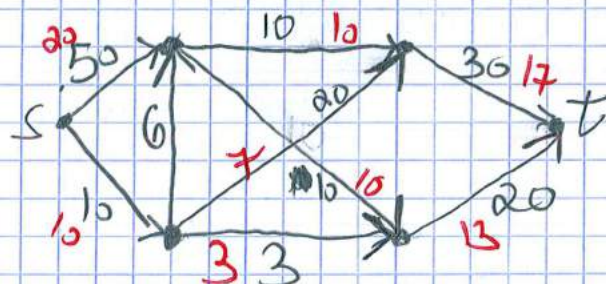
19 (6/11/13)

Min Cut Max Flow

הפרק נק' S (מקור), T (מטרה), ונתון גרף "עלים"
 בין S ו-T. נרצה לחלק את השרשראות
 $S \rightarrow A$ ו- $T \leftarrow B$, ונרצה גם שהשרשראות
 המזווגות בין A ו-B יהיו מינימליות, כלומר
 ל- $\sum_{i \in A, j \in B} C_{ij}$ מינימלי. כלומר בעזרת ה- Min Cut.

יש גם את בעיית ה- Max Flow, בה נתון S מקור, T מטרה,
 ומעברים ביניהם. כלומר מינימליות, ובה נתון גרף
 קשום, נרצה $\sum f_{ij}$, וגם לא שיהיה זוגי:
 סכום המים הנכנסים ל- i שווה ליציאתו ממנו,
 נחשבים $\max \sum f_{ij}$

המשפט הקטן, גרף הקשום, הניק, נחשב בו max-flow



אנחנו רוצים לחלק את השרשראות, כלומר המסלול האדום

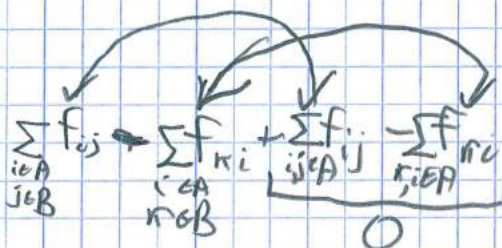
$$F = \max\text{-flow} = \min\text{-cut}$$

⊗ ובנוי, הן נתונים F, C ; המיון חוקי של השרשראות A, B-
 ל- $S \in A, T \in B$.

$$F = \sum_{i \in A, j \in B} F_{ij} - \sum_{i \in A, j \in A} F_{ji}$$

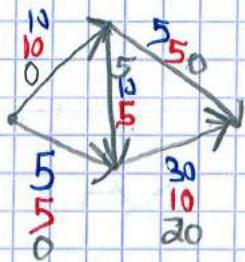
$$\sum_{j \in B} f_{ij} - \sum_{k \in A} f_{ki} = 0 \quad \forall i \in A$$

$$F = \sum_{i \in A} \sum_{j \in B} f_{ij} - \sum_{i \in A} \sum_{k \in A} f_{ki} = \sum_{j \in B} f_{sj} = 0$$



נתון: C הוא היתוך של A, B , $F=1$ הצינור:

$$F = \sum_{A \rightarrow B} f - \sum_{B \rightarrow A} f \leq \sum_{A \rightarrow B} f; n \leq \sum_{\substack{i \in A \\ j \in B}} C_{ij} = C$$



נתבונן בערך אצלנו:

כחול - קיבולת

אדום - זרימה

שחור - קיבולת שפורה

נניח n הוא מספר הקשתות בין הקיבולת השפורה וזרימה $n-S$ ונקרא תוצאה פורמלית.

לפי n פורמלית $n-S$ שיתוף:

$$\sum f_{ij} = \sum f_{ji}$$

אם $f_{ij} = f_{ji}$ אז $f_{ij} = f_{ji}$

אם $f_{ij} > f_{ji}$ אז $f_{ij} - f_{ji} < 0$

לפי n קיבולת שפורה $f_{ij} - f_{ji} = C_{ij} - f_{ij}$

$$f_{ij} = C_{ij}$$

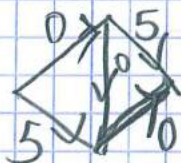
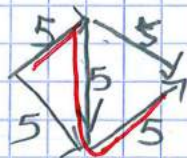
לפי n מספר מסלול שיהא מסלול בין S ל- T הוא n הקשתות $n-S$

Ford-Fulkerson

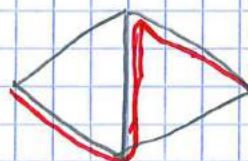
הוא אלגוריתם למציאת מסלול מקסימלי, המציא את המסלול המקסימלי, קיבולת שפורה מקסימלית.

מסלול המקסימלי 5

מסלול מקסימלי:



מחשבה של הקיבולת השפורה, נוסף לעדוי בצורה



אלון

שלישית הפעמים הגיוס לקוחות
 אקרים חייט $C(A, B)$ וזכרונה f על $f = c - e$
 f הוא $\max = \text{flow}$
 f אינן מסלולים מסופים f ה-

הוכחה

א $\leftarrow$ ב
 ב $\leftarrow$ ג
 ג $\leftarrow$ א
 מתקיים למקסימום, ולא f מקסי.
 אם קיים מסלול מוסף ניתן להוסיף הצליחה.
 נכחן את אולגוריתם ford-fulcheron

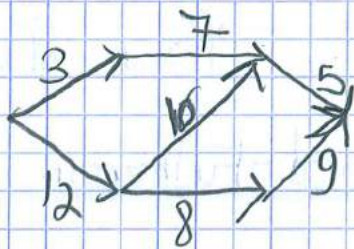
לדבר קיים מסלול עם קבוצת שלילית שאינה אפס
 $B = G/A, A = \{i \mid i = 1, \dots, n\}$

SEA אפס הגדרה

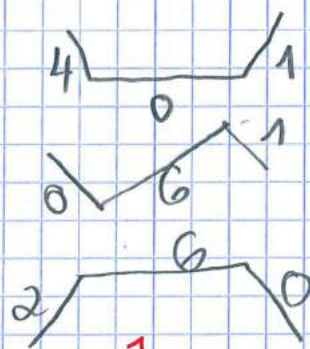
SEA כ' אחת היה קיים מסלול מסוף והינן ממשיותם
 בולגריה

אכן קיים חוט $C(A, B)$ בו
 $f = \sum_{\substack{(i,j) \\ A \rightarrow B}} f_{ij} - \sum_{\substack{(i,j) \\ B \rightarrow A}} f_{ij} = c$
 וזאת של אפס קשר בין A ל- B $f_{ij} = c_{ij}$

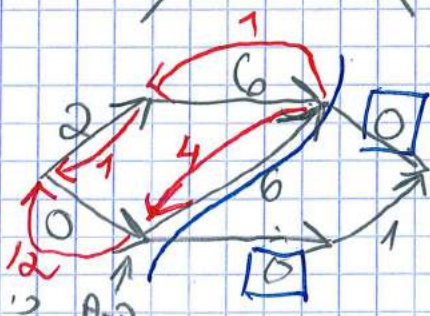
דוגמה



(מה שמורה - קבוצת שלילית)



מסלול ראשון:
 מסלול שני:
 מסלול שלישי:

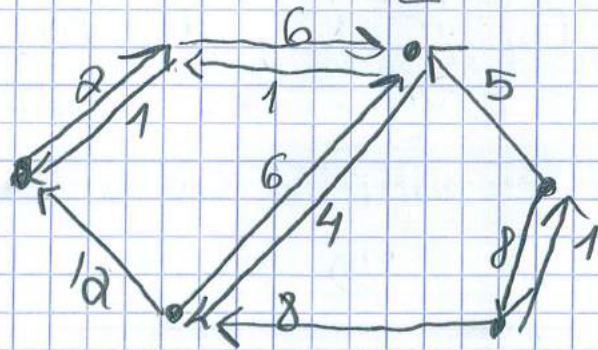


אם כי:

והחייט בגודל
 (באופן קטנות מובייל השני
 של התקבולת השקדיות).

השני המסומנים בגודל יתנו את ה- $\max$ (עם ערכים המקומיים) אפס המוצג $5=3$

סמנטיקה, המצד התבוא' 2 (העל' שמו' קרי)



אמצען התבוא' קטנות בחורף

(19) (6/1/13)

FFT

המחיר של שיטת פורייה אינפורמלית $O(n \log n)$,
שארית ה'חידה' הם $e^{\frac{2\pi i}{N}}$

שם כן, נשתמש במקרה של מחיר פוריה
התוצאה - $O(N)$ המחיר פוריה.

אור פוריה - $f(x) = f(x+k)$: $f(x) = \sum c_j e^{\frac{2\pi i}{N} j x}$

מקטעים פוריה - נראה $\rightarrow \infty$ ונקבל
$$f(x) = \int f(k) e^{2\pi i k x} dk$$

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int f(x) e^{-2\pi i k x} dx$$

כאן תהי f פונק' בעירה (נצייר את התוצאה פוריה)
הבדלה $\hat{f}$: $\hat{f}(k) = \sum_j f(x_j) e^{-2\pi i x_j k} \cdot \Delta x$
 $\downarrow$
החיתוך בין הקטעים.

אם נקח $k = l \Delta k$: $f(k_l) = \frac{1}{2\pi} \sum_j f(j \Delta x) \cdot e^{-2\pi i j \Delta x l \Delta k} \cdot \Delta x$ (DFT)

כעת נקח $\Delta k = \frac{1}{N \Delta x}$

$$f(k_l) = \frac{\Delta x}{2\pi} \sum_j e^{-\frac{2\pi i j l}{N}} f(j \Delta x)$$

נכון אברהם ההתחלה ככה נט' בוקטור, אף כי $O(N)$.
ניצב ז"ל אף $O(n \log n)$.

$$G_{j,l} = e^{-\frac{2\pi i j l}{N}}$$

נשמר את N ה-DFT היא

$$\hat{f}_l = \sum_{j \in \mathbb{Z}} e^{-\frac{2\pi i j l}{N}} f_j + \sum_{j \in \mathbb{Z}} e^{-\frac{2\pi i j l}{N}} f_j$$

אם נשים את המקרים $j = 2w$ ו- $j = 2w+1$: $\hat{f}_l = \sum e^{-\frac{2\pi i (2w) l}{N}} f_{2w} + \sum e^{-\frac{2\pi i (2w+1) l}{N}} f_{2w+1}$

ק'בלין : $FFT(1, \dots, N) = FFT(1, \dots, N/2) + e^{-\frac{2\pi i l}{N}} FFT(1, \dots, N/2)$
אח"כ נקבל $O(N \log N)$